Dynamique spatiale de modèles épidémiques avec effet Allee

Laboratoire d'accueil : Laboratoire de Mathématiques Appliquées du Havre (LMAH), Université Le Havre Normandie.

Encadrement : Quentin GRIETTE, `quentin.griette@univ-lehavre.fr`.

Mots clefs : Équations aux dérivées partielles, ondes progressives, dynamique de propagation, épidémiologie, incidence non-linéaire.

Résumé : Les dernières années ont été marquées par des bouleversements de l'ordre climatique et biologique mondial, avec un renforcement des phénomènes extrêmes en 2022 (chaleur estivale et hivernale, feux de forêts, etc.) dans un contexte de sortie de crise épidémique. Ces changements ont été accompagnés par l'apparition de plusieurs pathogènes émergents dont le coronavirus responsable de la COVID-19 est l'un des plus notoires par son impact global, bien que d'autres continuent de susciter de l'inquiétude (Zika, chikungunya, variole du singe «monkeypox»...) ou menacent d'étendre leur zone d'endémicité (dengue, paludisme...). Il apparaît donc urgent de mieux comprendre la manière dont ces épidémies apparaissent et se répandent. L'objet de l'épidémiologie mathématique est précisément de développer des outils pour mieux appréhender la manière dont les pathogènes se propagent dans des populations, afin d'être appliqués par la suite dans des situations réelles.

Dans le cadre de cette thèse nous allons proposer un nouveau type d'incidence non-linéaire qui modélise un effet Allee sur l'agent infectieux. L'effet Allee (ALLEE 1938) correspond à une relation positive entre la densité des individus et la fitness, autrement dit au fait que les individus se reproduisent plus quand la densité locale est importante. Cet effet a été très peu étudié dans le cadre de modèles épidémiques, et permet de prendre en compte des modes de transmission dans lesquels la densité locale d'infectés contribue à augmenter la probabilité de succès des contaminations, par exemple lorsque les infectés contaminent le milieu extérieur ou lorsque des vecteurs accumulent des pathogènes lors de contacts rapprochés. Dans ce contexte on peut observer une survie de l'épidémie conditionnellement à la présence en nombre suffisant d'infectés : si trop peu d'infectés sont présents initialement (sous un seuil critique), l'épidémie s'éteint sans parvenir à envahir la population.

Nous étudierons la dynamique spatiale et l'existence de fronts progressifs pour les équations de réaction-diffusion

$$\begin{cases} \partial_t S = d_S \Delta S + f(S) - \beta(I)\tau SI, & t > 0, x \in \mathbb{R}^n, \\ \partial_t I = d_I \Delta I + \beta(I)\tau SI - \gamma I, & t > 0, x \in \mathbb{R}^n, \\ S(t=0,x) = S_0(x), I(t=0,x) = I_0(x), & x \in \mathbb{R}^n, \end{cases} \tag{1}$$

où $f(S)$ décrit la dynamique de la population d'hôtes en l'absence de pathogène (on prendra, typiquement, $f(S) = \Lambda - \theta S$ ou $f(S) = rS(1-S)$ pour décrire des dynamiques non-triviales), $\beta(I)$ est la probabilité conditionnelle d'infection lors d'un contact, $\tau > 0$ est le taux de contact local entre individus, $d_S > 0$, $d_I > 0$ sont les coefficients de diffusion respectifs des hôtes susceptibles et infectés, et $\gamma > 0$ est le taux de sortie des infectés.

Les équations de réaction-diffusion modélisant la propagation de pathogènes dans des populations d'hôtes ont attiré beaucoup d'attention ces dernières années. De nombreux travaux décrivent en particulier la propagation de pathogènes (DIEKMANN 1978 ; HOSONO et ILYAS 1995 ; DUCROT et MAGAL 2009 ; DUCROT 2016 ; GRIETTE et RAOUL 2016 ; DUCROT 2021) pour des taux d'incidence linéaires ou pour des taux non-linéaires possédant une propriété d'invasion systématique à partir d'un certain seuil d'hôtes susceptibles (c'est-à-dire, l'invasion ou la non-invasion est uniquement déterminée par la quantité initiale d'hôtes susceptibles et est indépendante d'une quantité positive d'infectés). Nous proposons un modèle à taux d'incidence non-linéaire dans lequel l'invasion est non-systématique, c'est à dire lorsque, même si le nombre d'hôtes susceptibles initial est suffisant, une épidémie partant d'un nombre trop faible d'infectés peut s'éteindre. Cette dynamique est pourtant plus à même de représenter le phénomène naturel sous-jacent pour lequel ces extinctions sont susceptibles de se produire (extinction stochastique). Nous nous intéresserons en particulier aux phénomènes de seuil, la dynamique de propagation et l'existence de fronts progressifs pour ce modèle.

Compétences recherchées : Le candidat devra avoir une formation solide en analyse des équations aux dérivées partielles (EDP), systèmes dynamiques, et un intérêt fort pour les applications en biologie. Des compétences en informatique et en particulier la maîtrise d'un langage de programmation seront particulièrement appréciées.

Pour postuler, contacter par mail Quentin Griette en préparant un CV et un relevé de notes de master.

Références

ALLEE, W. C. (1938). *The Social Life of Animals.* Norton.

DIEKMANN, O. (1978). Thresholds and travelling waves for the geographical spread of infection. *J. Math. Biol.* **6.2**, p. 109-130. DOI : `10.1007/BF02450783`.

DUCROT, A. et P. MAGAL (2009). Travelling wave solutions for an infection-age structured model with diffusion. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A* **139.3**, p. 459-482. DOI : 10.1017/S0308210507000455.

DUCROT, A. (2016). A multi-dimensional bistable nonlinear diffusion equation in a periodic medium. *Math. Ann.* **366.1-2**, p. 783-818. DOI : 10.1007/s00208-015-1349-y.

— (2021). Spreading speed for a KPP type reaction-diffusion system with heat losses and fast decaying initial data. *J. Differential Equations* **270**, p. 217-247. DOI : 10.1016/j.jde.2020.07.044.

GRIETTE, Q. et G. RAOUL (2016). Existence and qualitative properties of travelling waves for an epidemiological model with mutations. *J. Differential Equations* **260.10**, p. 7115-7151. DOI : 10.1016/j.jde.2016.01.022.

HOSONO, Y. et B. ILYAS (1995). Traveling waves for a simple diffusive epidemic model. *Math. Models Methods Appl. Sci.* **5.7**, p. 935-966. DOI : 10.1142/S0218202595000504.