Feuille de TP4

Le but de ce TP est d'implémenter les méthodes itératives de base vues en cours ainsi que d'évaluer numériquement leur vitesse de convergence.

On considère l'équation suivante

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0, \qquad (1)$$

1. (a) Montrer que cette équation admet une unique solution l comprise entre 1 et 2.

   (b) On veut maintenant donner une estimation numérique des ordres de convergence des différentes méthodes. Vérifier que si :

   $$\lim_{n\to+\infty} \frac{e_{n+1}}{e_n^p} = C, \text{où } C > 0,$$

   alors

   $$\ln e_{n+1} \simeq p \ln e_n + M,$$

   pour n assez grand. On va maintenant utiliser ce résultat pour donner une estimation numérique de la convergence.

   (c) Modifier si nécessaire le fichier TP2.sci, de manière à récupérer les itérés des méthodes de la corde de Lagrange et de Newton dans les fichiers de données : Corde.dat, Lagrange.dat et Newton.dat.

   (d) Écrire un script TP4.sce qui récupère les itérés de la métode de la corde, puis représente le nuage de points $(\ln(e_{n+1}), \ln(e_n))$ et renvoie les paramètres p et M de la régression linéaire approchant ce nuage de points. Procéder de même pour les méthodes de Lagrange et de Newton.

   (e) Comparer ces résultats numériques avec les résultats théoriques vus en cours.

2. On considère maintenant l'équation

   $$g(x) = \frac{20}{x^2 + 2x + 10} = x, \qquad (2)$$

   (a) Montrer que $\forall x_0 \in [1, 2]$, l'algorithme du point fixe converge vers l.

   (b) A l'aide du logiciel scilab, implémenter la méthode du point fixe et donner une valeur approchée de l.

   (c) Accélération de la convergence.
   Implémenter la méthode d'Aitken. On cherchera à garder toutes les valeurs prises par les suites (celles données par la méthode de point fixe et celles données par la méthode d'Aitken) et à les conserver dans un fichier de données.

   (d) Comparer les valeurs prises par les deux suites.

   (e) Reprendre les questions 1-d et 1-e pour les méthodes de point fixe et de Aitken.