

Feuille de TP7

Le but de ce TP est d'implémenter la méthode de factorisation de Cholesky, et de comparer ses performances avec la méthode de factorisation LU .

1. On rappelle que la méthode de Cholesky, donne, lorsque A est symétrique définie positive, la décomposition suivante :

$$A = BB^t \quad (1)$$

où B est une matrice triangulaire inférieure. En écrivant le produit matriciel de l'équation (1) et en identifiant les coefficients des matrices, proposer un algorithme pour calculer la matrice B lorsque la matrice A est donnée.

2. Ajouter à la classe `sysLin` une méthode `facChol` qui à partir d'une matrice définie positive A renvoie la matrice B vérifiant l'égalité (1). Puis une méthode `resoutChol` qui résout le système linéaire $Ax = b$.
3. En utilisant la méthode `resoutChol`, résoudre le système $Ax = b$ avec :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 7 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 7 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

et

$$b = \begin{pmatrix} 24 \\ 17 \\ 48 \\ 3 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

4. On se propose maintenant de comparer les performances des deux décompositions LU et Cholesky. Écrire une méthode permette de générer aléatoirement une matrice symétrique définie positive de taille n , et de comparer le temps utilisé par la machine pour effectuer les factorisations LU et Cholesky, sur des matrices de taille $n = 10, 20, \dots, 1500$. Tracer sur un même graphique les temps utilisés en fonction de la taille de la matrice.