

Feuille de TP8

Le but de ce TP est d'implémenter la méthode de factorisation de Cholesky, et de comparer ses performances avec la méthode de factorisation LU .

1. On rappelle que la méthode de Cholesky, donne, lorsque A est symétrique définie positive, la décomposition suivante :

$$A = BB^t \quad (1)$$

où B est une matrice triangulaire inférieure. En écrivant le produit matriciel de l'équation (1) et en identifiant les coefficients des matrices, proposer un algorithme pour calculer la matrice B lorsque la matrice A est donnée.

2. Implémenter une fonction `CHOLESKY(A)` dans Scilab qui à partir d'une matrice définie positive renvoie la matrice B vérifiant l'égalité (1). Puis une fonction `RESOUTCH(A,b)` qui résout le système linéaire $Ax = b$.
3. Résoudre le système $Ax = b$ avec

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 6 & -4 \\ 4 & 9 & 12 & 6 & -3 \\ 6 & 12 & -9 & -17 & 15 \\ 6 & 6 & -17 & 17 & 16 \\ -4 & -3 & 15 & 16 & -8 \end{pmatrix}$$

et

$$b = \begin{pmatrix} 5 \\ 15 \\ 33 \\ -10 \\ 28 \end{pmatrix}.$$

4. Que constate-t-on ?
5. Proposer une transmutation sur la matrice A qui permette d'obtenir une matrice symétrique définie positive.
6. On se propose maintenant de comparer les performances des deux décompositions LU et Cholesky. Écrire une fonction qui génère aléatoirement une matrice symétrique définie positive de taille n . Puis une fonction qui compare le temps utilisé par Scilab pour effectuer les factorisations LU et Cholesky, sur des matrices de taille $n = 10, 20, \dots, 100$ (on utilisera les fonctions de Scilab, `tic()` et `toc()`). Tracer sur un même graphique les temps utilisés en fonction de la taille de la matrice.