

Correction TP 2 : Estimations et Tests d'Hypothèses

Exercice 2 : Etude du niveau sonore autour d'un aéroport

Q1. Tests et estimations du niveau moyen de bruit

```
1. > aero1 = scan("aeroport-1.txt",comment.char="#")
   > length(aero1)
   [1] 2816
```

```
2. > min(aero1)
   [1] 62.2981
   > max(aero1)
   [1] 94.9966
   > length(aero1[aero1 >= 80])
   [1] 1027
```

```
3. > hist(aero1,breaks=c(60,65,70,75,80,85,90,95))
```

4. L'histogramme se rapproche de la distribution d'une loi normale.

5. $H_0 : \mu = 80$.

$H_1 : \mu = 78.35$.

$\alpha = 0.05$.

Il s'agit d'un test unilatéral dont la région critique de la forme $] - \infty, c]$.

```
6. > mean(aero1)
   [1] 78.34895
   > sd(aero1)
   [1] 4.793689
```

7. D'après le théorème central limite, la variable $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$ converge vers une loi normale centrée réduite. Comme la taille de l'échantillon est $\gg 30$, on peut considérer que Z suit une loi normale centrée réduite. La région critique est donc $] - \infty, -z_\alpha]$ où z_α est le quantile d'ordre α d'une loi normale centrée réduite.

```
8. > z_alpha = - qnorm(0.05)
   [1] 1.644854
```

```
9. (mean(aero1)-80)/(sd(aero1)/sqrt(length(aero1)))
   [1] -18.27705
```

La valeur de z est située dans la région critique, donc on rejette l'hypothèse H_0 .

10. Intervalle de confiance pour μ .

```
L'intervalle de confiance se calcule en utilisant le quantile d'ordre  $\frac{\alpha}{2}$ .
> mean(aero1) + qnorm(0.025)*sd(aero1)/sqrt(length(aero1))
[1] 78.1719
> mean(aero1) - qnorm(0.025)*sd(aero1)/sqrt(length(aero1))
[1] 78.526
```

11. On rejette l'affirmation des riverains car on est sûr à 95% que le niveau de bruit est compris entre 78.1719 et 78.526 et donc inférieur à 80dB. Il ne faut oublier qu'il subsiste quand même un risque $\alpha = 5\%$ d'avoir rejeter à tort l'affirmation des riverains.

12. > t.test(x,mu = 80,conf.level=0.95)

One Sample t-test

```
data : aero1
t = -18.277, df = 2815, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis : true mean is not equal to 80
95 percent confidence interval :
78.17182 78.52608
sample estimates :
mean of x
78.34895
```

La fonction `t.test()` donne une estimation de la moyenne avec des intervalles de confiance. Remarquez aussi que la valeur $t = -18.277$ correspond à la valeur z calculée à la question 9. La fonction `t.test()` permet en effet de réaliser un test d'hypothèse sur une moyenne. Pour cela on précise en paramètre la valeur μ sur laquelle porte l'hypothèse nulle (ici $\mu = 80$).

13. L'intervalle de confiance sur la moyenne μ se resserre lorsque le niveau de confiance diminue. En effet, plus l'intervalle de confiance est précis, moins on a de certitudes sur l'appartenance de la moyenne à cet intervalle.

14. On peut considérer que la moyenne $\mu = 78.35$.

Q2. Estimation de la variance de X par intervalle de confiance

- ```
1. > chi1 = qchisq(0.975,df=length(aero1)-1)
[1] 2963.948
> chi2 = qchisq(0.025,df=length(aero1)-1)
[1] 2669.841
```

2. L'intervalle de confiance de  $\sigma^2$ , avec  $\alpha = 5\%$ , est donné par  $[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}^2}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2},n-1}^2}]$ .

```
> (length(aero1)-1)*var(aero1)/chi1
[1] 22.12497
> (length(aero1)-1)*var(aero1)/chi2
[1] 24.22884
```

Dans la suite, on supposera que la variable  $X$  suit une loi normale de moyenne  $\mu = 78.35$  et de variance  $\sigma^2 = 22$ .

### Q3. Estimation du niveau de bruit durant la période de 22h-6h

```
1. > aero2 = scan("aeroport-2.txt",comment.char="#")
 Read 24 items
 > plot(aero2,type="h",col="red",lwd=5)
```

2. On voit que les vols ne sont pas répartis de manière uniforme sur la journée et qu'il y a des pics d'activités à 8h-9h, 15h-16h, 19h-20h et 20h-21h.

```
3. > n = sum(aero2[1 :6]) + sum(aero2[23 :24])
 > [1] 20
```

```
4. > p80 = 1 - pnorm(80,mean=78.35,sd=sqrt(22))
 > p80
 [1] 0.3625012
```

5. En tenant compte de la distribution gaussienne du bruit des avions (loi normale de moyenne  $\mu = 78.35$  et d'écart-type  $\sigma = \sqrt{22}$ ), on attend autour de  $n \cdot p80 = 7.25$  avions qui génère un bruit  $\geq 80$ dB pendant la période 22h-6h.

6. Avec 7.25 avions/nuit (nuit = période 22h-6h) qui génère un bruit  $\geq 80$ dB, on peut avancer à première vue que les riverains n'ont rien à craindre en ce qui concerne leur sommeil. Cependant, on voit clairement que la limite de 8 bruits/nuit est quasiment atteinte. Aussi, les données journalières qui servent à estimer le nombre d'avions  $n$  sont des moyennes. Il n'est donc pas abérant de considérer que le nombre de 7.25 avions/nuit est dépassé certaines fois. Il est donc légitime de craindre pour le sommeil des riverains.

**PS :** Les valeurs donnant le nombre maximum de bruits/nuit ainsi que leur niveau limite de bruit ont été adaptée pour cette dernière partie du TP. Certaines études donnent des valeurs limites inférieures à celles utilisées pour ce TP (pas plus de 8 bruits/nuit de plus de 60dB). Dans la réalité, le site S ne serait pas habitable car trop bruyant.