

Sujet de mémoire, "Master-2 de Mathématiques Appliquées, Parcours MASC":

Proposé par R. Labbas et A. Thorel

Étude spectrale d'un opérateur de diffusion généralisée en dimension 1

- Ce sujet de mémoire s'intéresse à des problèmes de dynamique de population où la diffusion des individus est généralisée. On étudiera le cas où cette diffusion est exprimée par un couplage spacial de dérivation ordre 4 - ordre 2, en dimension 1, décrit par l'opérateur A défini ci-dessous. Cette étude permettra ensuite l'analyse du problème de Cauchy abstrait suivant

$$\begin{cases} u'(t) = Au(t) + f(t), & \text{sur }]0, T[\\ u(0) = u_0 \end{cases}$$

où $f \in L^p(0, T; \mathbb{C})$, $u(t, \cdot)$ est la densité de population au temps t et A est l'opérateur de dispersion décrit par

$$\begin{cases} D(A) & = \left\{ \varphi \in W^{4,p}]a, b[; \mathbb{C} : \varphi(a) = \varphi(b) = \varphi''(a) = \varphi''(b) = 0 \right\} \\ A\varphi(x) & = -\varphi^{(4)}(x) + \varphi''(x), \quad \forall \varphi \in D(A). \end{cases}$$

On pourra aussi s'intéresser à d'autres conditions aux limites.

- Il s'agira alors dans ce mémoire :
 1. de faire une étude bibliographique sur cette thématique,
 2. d'étudier l'opérateur de dispersion A (en lien avec la théorie des semi-groupes, inversibilité de A et estimation de la norme de sa résolvante, nature du semi-groupe généré, ...).

- Bibliographie de base :

M. Haase.: *The functional calculus for sectorial Operators*, Birkhauser, 2006.

K. Engel and R. Nagel.: *One-parameter semigroups for linear evolution equations*, Springer Verlag, New York, 2000.

A. Okubo, S. A. Levin.: *Diffusion and ecological problems: modern perspectives*, Springer Verlag, New York, 2011.