Proposition de stage de Master : géométrie spectrale et optimisation de forme

Antoine Henrot - Institut Élie Cartan Nancy

Le projet SHAPO « Shape Optimization » de l'ANR (période 2018-2022) regroupe une trentaine de chercheurs et doctorants en France sur des questions diverses de l'optimisation de forme, et aborde à la fois des questions théoriques (existence et régularité de formes optimales, recherche de nouvelles inégalités géométriques et spectrales...) et des questions appliquées (modélisations physiques/biologiques (par exemple en dynamique des populations) et applications industrielles (par exemple l'impression 3D ou la prise en compte d'incertitudes)).

Dans le cadre de ce projet, **nous proposons un stage de M2** sur des questions liant **géométrie spectrale et optimisation de forme**. Il s'adresse à des étudiants intéressés par l'analyse avec si possible des connaissances en EDP et en optimisation (des connaissances particulières en géométrie spectrales sont bienvenues mais non nécessaires). Le stage pourra potentiellement se poursuivre en thèse à partir de septembre 2019, sur le financement du projet SHAPO, avec un co-encadrement entre deux des centres du projet, à savoir Nancy et Chambéry/Grenoble ; le sujet de la thèse, tout en restant dans les thématiques du projet, pourra être sensiblement adapté aux préférences du candidat recruté. Notamment on pourra s'orienter vers des questions plus académiques/théoriques ou vers des aspects plus appliqués/concrets. Aussi, le stage et/ou la thèse pourront comporter une composante numérique plus ou moins développée, à discuter avec les expertises, objectifs et préférences du candidat.

Précisons un peu les questions qui pourront être abordées. Soit Ω un ouvert borné (régulier) de $\mathbb{R}^2$, on notera $\sigma_1(\Omega)$ la première valeur propre (non nulle) du problème de Steklov et u_1 une fonction propre associée :

$$\begin{cases} \Delta u_1 = 0 & \text{dans } \Omega \\ \frac{\partial u_1}{\partial n} = \sigma_1 u_1 & \text{sur } \partial\Omega. \end{cases} \tag{1}$$

De même on introduit $\mu_1(\Omega)$ la première valeur propre non nulle du problème de Neumann :

$$\begin{cases} -\Delta v_1 = \mu_1 v_1 & \text{dans } \Omega \\ \frac{\partial v_1}{\partial n} = 0 & \text{sur } \partial\Omega. \end{cases} \tag{2}$$

On s'intéressera aux inégalités isopérimétriques satisfaites par σ_1 et μ_1, c'est-à-dire à des inégalités optimales satisfaites par ces valeurs propres (par exemple si on fixe l'aire ou le périmètre de Ω) ainsi qu'aux relations entre elles. Pour aborder ces questions, on pourra combiner des méthodes géométriques, analytiques et numériques.

Pour candidater, envoyer un CV, un relevé de notes ainsi que des noms de personnes qui peuvent me transmettre des lettres de recommandation (ou bien demandez-leur de me les envoyer directement) avant le 15 Janvier à : antoine.henrot@univ-lorraine.fr

Références

[1] D. Bucur, V. Ferone, C. Nitsch, C. Trombetti, *Weinstock inequality in higher dimensions*, https ://arxiv.org/abs/1710.04587

[2] A. Henrot, Extremum problems for eigenvalues of elliptic operators, Frontiers in Mathematics, Birkhäuser, Basel, 2006.

[3] A. Henrot (ed.), Shape Optimization and Spectral Theory, De Gruyter Open, Warzaw, 2017.