L'équation de Fisher-KPP en milieu asymptotiquement homogène Proposé par A. Ducrot et D. Manceau

L'équation de Fisher-KPP, qui s'écrit sous sa forme la plus simple, comme

$$\partial_t u = \Delta u + u(1-u), \ t > 0, \ x \in \mathbb{R}^N,$$

est connue sa capacité à propager, à vitesse constante $c^*=2$, une donnée initiale à support compact. C'est la propriété d'expansion des solutions (spreading speed). De façon plus précise, la localisation, quand $t\to\infty$, de la ligne de niveau 1/2, par exemple, est maintenant bien connue. Elle fait apparaître le terme de vitesse c^*t ainsi qu'un retard logarithmique.

Dans ce mémoire, on se propose dans un premier temps de revoir les techniques et analyse permettant d'obtenir une telle description très fine de la position du front dans ce cas homogène en espace.

Dans un second temps, dans ce mémoire, on étudiera la localisation précise des lignes de niveau de la solution du problème perturbé suivant

$$\partial_t u = \partial_x^2 u + (1 + a(x)) u(1 - u), \ t > 0, \ x \in \mathbb{R},$$

lorsque ce problème est complété par une donnée initiale à support compact et lorsque la fonction $a(x) \to 0$ quand $|x| \to \infty$. Le cas où la fonction a à une décroissance suffisamment rapide à l'infini, a été étudié ainsi que le cas où $a(x) := \frac{1}{1+|x|}$. Dans ce mémoire, on s'attachera à étudier le cas d'une fonction générale qui tends vers 0 à l'infini assez doucement et on essaiera de localiser précisément la position du front quand $t \to \infty$.