

# Problème de Robin pour une équation différentielle opérationnelle du second ordre de type elliptique

Stéphane Maingot

## 1 Sujet de stage Masc

On propose l'étude de l'équation différentielle opérationnelle

$$u''(x) + Au(x) = f(x), \quad x \in (0, 1), \quad (1)$$

avec des conditions aux limites opérationnelles de type Robin

$$\begin{cases} hu(0) - Hu'(0) = d_0 \\ ku(1) + Ku'(1) = d_1, \end{cases} \quad (2)$$

où  $X$  est un espace de Banach complexe,  $h, k$  sont des constantes réelles,  $H, K$  sont des opérateurs linéaires fermés sur  $X$ ,  $f$  est une fonction de  $[0, 1]$  dans  $X$  et  $d_0, d_1 \in X$ .

1. La motivation de cette étude tient dans le fait que de nombreuses classes d'E. D. P. peuvent se ramener, par un choix adéquat des opérateurs  $A$  à l'équation différentielle (1).
2. Le cadre choisi ici est le cadre commutatif :  $A, H, K$  commutent (en un sens à préciser).

La donnée  $f$  sera prise dans

$$L^p(0, 1; X), \quad 1 < p < \infty,$$

et on cherchera une solution  $u$  de (1)-(2) vérifiant

$$u \in W^{2,p}(0, 1; X) \cap L^p(0, 1; D(A)).$$

3. La difficulté réside notamment dans les conditions aux limites "opérateurs".

## 2 Travail du stagiaire

Le stage pourra s'organiser de la façon suivante :

1. Dans un premier temps, il s'agira d'assimiler les différentes notions utiles à la résolution du problème proposé
  - Intégrale de **Bochner**.
  - Espaces **UMD** et des Opérateurs **BIP**.
  - Espaces d'**interpolation**.
  - **Puissances fractionnaires** d'opérateurs.
2. Puis, on adaptera au problème posé un article récent sur un sujet voisin (voir Bibliographie [3]).

## References

- [1] A. V. Balakrishnan: *Fractional Powers of Closed Operators and the Semigroups Generated by them*, Pacific J. Math., 10 (1960), 419-437.
- [2] D. L. Burkholder: *A Geometrical Characterisation of Banach Spaces in which Martingale Difference Sequences are Unconditional*, Ann. Probab., 9 (1981), 997-1011.
- [3] A. Aibeche, N. Amroune and S. Maingot : *General Non Local Boundary Value Problem for Second Order Elliptic Equation*, Mathematische Nachrichten, vol. 291, issue 10, (2018), 1470-1485.
- [4] G. Dore and A. Venni: *On the Closedness of the Sum of two Closed Operators*, Mathematische Zeitschrift, 196 (1987), 270-286.
- [5] A. Favini, R. Labbas, S. Maingot, H. Tanabe and A. Yagi: *A Simplified Approach in the Study of Elliptic Differential Equations in UMD Spaces and New Applications*, Funkcialaj Ekvacioj, 51 (2008), 165-187
- [6] M. Haase: *The Functional Calculus for Sectorial Operators and Similarity Methods*, Thesis, Universität Ulm, Germany, 2003.
- [7] A. Lunardi: *Analytic Semigroups and Optimal Regularity in Parabolic Problems*, Birkhäuser, Basel, 1995.