Optimisation des tournées de véhicules combinées à la gestion de stock

S. Michel and F. Vanderbeck

MAB, Université Bordeaux 1, 351 cours de la Libération, 33405 Talence Cedex
Sophie.Michel@math.u-bordeaux1.fr
fv@math.u-bordeaux1.fr

1 Problématique de réapprovisionnement

Nous considérons le réapprovisionnement des stocks client (pour un produit unique) par une flotte de véhicules. Le problème consiste à élaborer un planning de visite chez les clients sur un horizon de temps à moyen terme (1 mois par exemple) qui évite les situations de rupture de stock tout en minimisant les coûts des tournées des véhicules. En première approximation, la consommation que le client fait de son stock est considérée comme déterministe et stationnaire. Des approches heuristiques sont proposées dans la littérature (p.e. [1],[3]).

2 Formulation

Pour exploiter la structure de ce problème, nous proposons d'utiliser une approche de décomposition de Dantzig Wolfe, avec d'une part un problème de transport pour chaque période et d'autre part un problème de gestion de stock pour chaque client. Différentes formulations sont considérées. Pour le problème de transport, nous retrouvons un price collecting TSP avec une contrainte de sac à dos sur la quantité à livrer :

$$\max \quad \sum_i (\beta_i x_i + \pi_i y_i) - \sum_{ij} c_{ij} z_{ij}$$

$$\sum_{j:\,(i\,j)\in A} z_{ij} \geq y_i \quad \forall i \in V$$

$$\sum_{i:\,(i\,j)\in A} z_{ij} \geq y_j \quad \forall j \in V$$

$$\sum_{(i\,j)\in A:\, i\in S,\, j\in N\setminus S} z_{ij} \geq y_u \qquad \forall S \in V \setminus \{0\}, u \in S$$

$$\sum_i r_i x_i \leq C \qquad \forall i \in V$$

$$x_i \leq t_i^{\max} y_i \qquad \forall i \in V$$

$$x_i \in I\!N \qquad y_i, z_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in V$$

où $y_i = 1$ si le client i est visité, $z_{ij} = 1$ si le véhicule livre j directement après i, x_i est la quantité normalisée en nombre de périodes livrée au client i, r_i est le taux de consommation et t_i^{max} est le nombre maximum de périodes sans visite. Le problème de gestion de stock se formule comme un problème de lot-sizing, où les solutions sont restreintes à la structure d'intervalles de regénération :

$$
\begin{array}{rcll}
 & \min \sum_t \left(\pi_t y_t + \beta_t x_t + \gamma_t s_t\right) & & \\
s_{t-1} + 1 & = & x_t + s_t & \forall t \\
x_t & \leq & t^{max}\, y_t & \forall t \\
x_1 & = & (t^{init} + 1)\, y_1 & \\
s_t & \leq & (t^{max} - 1)\,(1 - y_t) & \forall t \\
s_T & \leq & t^{init}\,(1 - y_T) & \\
y_t \in \{0,1\} & & x_t, s_t \in I\!N & \forall t
\end{array}
$$

où x_t est la quantité normalisée livrée en période t, $y_t = 1$ s'il y a visite en t et s_t est le stock consommé à la période t. Quelques modifications sont apportées pour traiter le cas où la consommation initiale (t^{init}) n'est pas connue, mais est bornée sur l'ensemble des clients.

3 Approche de résolution

Le problème global est résolu par la méthode de Branch and Price, combinée avec des heuristiques primaux. La relaxation linéaire du problème maître est résolu par la méthode du simplexe, le sous-problème de genération de tournées peut être résolu exactement par programmation dynamique [2]. Comme la plus grande difficulté vient du sous problème, un heuristique est envisagé pour fournir des colonnes attractives rapidement. Ensuite, une solution entière pourra être trouvée avec un heuristique d'arrondi.

Nous avons testé cette approche avec les outils disponibles sur des instances de taille limitée, qui sont extraites de cas réels (en sélectionnant un sous ensemble régionalisé de clients et en planifiant sur une durée plus courte). Nous identifierons les axes de recherche pour traiter des problèmes de plus grande taille. Nous travaillons sur des données fournies par notre partenaire industriel.

Références

1. AM. Campbell, LW Clarke, MWP. Savelsbergh, Inventory Routing in Practice, in The Vehicle Routing Problem, eds P. Toth, D. Vigo, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, 2002.
2. D. Feillet, P. Dejax, M. Gendreau, and C. Gueguen, An exact algorithm for the elementary shortest path problem with resource constraints : Application to some vehicle routing problems, Working paper, 2003.
3. B. Golden, A. Assad, R. Dahl, Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component *Large Scale System 7*, 181–190, 1984.