

Heuristiques primales pour l’algorithme de “Branch-and-Price”

C. Joncour^{1,3}, S. Michel^{2,3}, R. Sadykov^{1,3}, F. Vanderbeck^{1,3}

¹ Institut de Mathématiques de Bordeaux, Université de Bordeaux, France

² Laboratoire de Mathématiques Appliquées du Havre, Université du Havre, France

³ Equipe RealOpt, INRIA Bordeaux-Sud-Ouest, France. prenom.nom@inria.fr

Mots-clés : *Heuristiques primales, génération de colonnes, “Branch-and-Price”.*

Les heuristiques primales sont des techniques importantes pour la résolution des programmes linéaires en nombres entières (PLNE). Couramment utilisées par les solveurs commerciaux, elles consistent à générer de “bonnes” solutions réalisables en utilisant les outils de l’optimisation exacte. En la matière, on peut citer quelques repères dans la littérature : “*local branching heuristics*” [9], “*feasibility pump algorithm*” [1, 8] et “*relaxation induced neighborhood search*” [6] sont basées sur des procédures d’arrondi de solutions de la relaxation linéaire au problème ; tandis que “*large scale neighborhood search*” [2] est une procédure de recherche locale où l’optimisation exacte sert à l’exploration du voisinage. Une revue plus complète de la littérature est présentée dans [3].

Notre but est d’étudier les extensions possibles à l’approche de génération de colonnes de ces paradigmes d’heuristiques primales. Le but est de concevoir des heuristiques primales génériques à intégrer dans un algorithme de “Branch-and-Price”. Les heuristiques classiques d’arrondi de la solution linéaire (telles les techniques précédemment citées) sont typiquement mal adaptées pour un programme maître dont les variables sont ajoutées dynamiquement. Fixer des bornes sur les variables du maître (ou plus généralement ajouter des contraintes exprimées dans cet espace de variables comme dans une heuristique de type “*local branching*”) n’est pas compatible avec la génération de colonnes : soit le problème de “pricing” ignore ces bornes, soit il faut en modifier la structure et changer l’oracle de résolution du sous-problème. Appliquer ces paradigmes d’heuristiques primales dans l’espace des variables originales après y avoir projeté la solution du programme maître n’est pas non plus la panacée : cela n’est possible que lorsque la projection est bijective (lorsqu’il n’y a pas plusieurs sous-problèmes identiques) et cela peut également conduire à des modifications de la structure des sous-problèmes. Il est donc nécessaire de concevoir des approches spécifiques au contexte “Branch-and-Price”, tout en s’inspirant néanmoins des paradigmes classiques d’heuristiques primales.

La littérature sur la génération de colonnes comprend de nombreux exemples d’heuristiques primales le plus souvent spécifiques à l’application traitée. On peut distinguer plusieurs familles de méthodes. Les heuristiques primales les plus couramment utilisées en génération de colonnes sont du type “*restricted master heuristic*” : la recherche d’une solution réalisable s’effectue par la résolution en variables entières du problème maître restreint au sous-ensemble de colonnes courant (colonnes générées pour la résolution de la relaxation linéaire du programme maître et/ou heuristiquement). Cependant, le principal inconvénient de cette approche est que ces problèmes restreints sont souvent irréalisables. De telles heuristiques ont été utilisées pour résoudre des problèmes de “network design” [4] et de tournées de véhicules [5].

Les stratégies de type *heuristiques gloutonnes* ont aussi été utilisées : des colonnes sélectionnées selon un critère glouton (évaluation d’un pseudo-coût) sont ajoutées itérativement à une

solution partielle jusqu'à obtenir une solution globale réalisable. La solution en variables continues du problème maître peut être aussi utilisée comme base de sélection des colonnes dans la solution entière dans une technique de type *heuristiques d'arrondi* : les colonnes possédant une valeur proche d'une valeur entière sont itérativement fixées et une procédure ad-hoc est utilisée pour compléter la solution. Une procédure de *recherche locale* peut être aussi utilisée pour améliorer les solutions trouvées : on supprime quelques colonnes de la solution de référence ("incumbent") et on reconstruit une solution globale avec une approche constructive. Par exemple, ces approches ont été utilisées avec succès sur des problèmes de découpe [11]. Ces types d'heuristiques ont également des difficultés à produire des solutions réalisables. Elles nécessitent de plus une mise au point spécifique à l'application.

Une manière générique de parer au problème de non-réalisabilité est de compléter une solution partielle par l'ajout de nouvelles colonnes générées par le problème de "pricing". C'est la force des *heuristiques de plongeon* qui consiste en un parcours en profondeur heuristique dans l'arbre de "Branch-and-Price" (il s'agit d'un méthode d'arrondi avec ré-optimisation de la relaxation linéaire du problème maître après chaque fixation de variables). De nombreuses variantes de cette approche ont été développées pour différentes applications : problème de tournées de véhicule [10], de découpe [11] ou de production par lots [7].

De l'analyse de la littérature on retiendra deux techniques génériques : "*restricted master heuristic*" et *heuristiques de plongeon*. La première se libère du contexte génération de colonnes en considérant une version statique du programme maître. La seconde implémente les seules fixations qui soient compatibles avec la génération de colonnes : fixer une solution partielle et appliquer la génération de colonnes au problème résiduel. Notre étude consiste à évaluer plusieurs implémentations génériques d'heuristiques primales combinant "*restricted master heuristic*" et *heuristique de plongeon*. Les critères de sélection de fixation de colonnes dans l'heuristique de plongeon vont du glouton, à la recherche guidée par une solution de référence en passant par différents modes d'arrondi. Nous considérons par ailleurs quelques mécanismes de diversification de la recherche heuristique : telles des procédures de "backtracking" de type "limited discrepancy search" ou des départs multiples basés sur une stratégie de recherche locale. L'hybridation entre *heuristique de plongeon* et "*restricted master heuristic*" consiste à résoudre de manière statique le problème maître résiduel en variables entières après un plongeon partiel.

Références

- [1] T. Achterberg and T. Berthold. Improving the feasibility pump. *Discrete Optim.*, 4(1):77–86, 2007.
- [2] R. K. Ahuja, O. Ergun, J. B. Orlin and A. P. Punnen. A survey of very large-scale neighborhood search techniques. *Discrete Applied Mathematics*, 123(1-3):75–102, 2002. Workshop on Discrete Optimization, DO'99 (Piscataway, NJ).
- [3] T. Berthold. Primal Heuristics for Mixed Integer Programs. Master's thesis, Technische Universität Berlin, 2006.
- [4] A. Chabrier. Heuristic branch-and-price-and-cut to solve a network design problem. In *Proceedings CPAIOR*, Montreal, Canada, may 2003.
- [5] A. Chabrier, E. Danna and C. Le Pape. Coopération entre génération de colonnes et recherche locale appliquées au problème de routage de véhicules. In *Huitièmes Journées Nationales sur la résolution de Problèmes NP-Complets (JNPC)*, pages 83–97, Nice, France, may 2002.
- [6] E. Danna, E. Rothberg and C. Le Pape. Exploring relaxation induced neighborhoods to improve MIP solutions. *Mathematical Programming*, 102(1, Ser. A):71–90, 2005.

- [7] Z. Degraeve and R. Jans. A new Dantzig-Wolfe reformulation and branch-and-price algorithm for the capacitated lot-sizing problem with setup times. *Operations Research*, 55(5):909–920, 2007.
- [8] M. Fischetti, F. Glover and A. Lodi. The feasibility pump. *Mathematical Programming*, 104(1, Ser. A):91–104, 2005.
- [9] M. Fischetti and A. Lodi. Local branching. *Mathematical Programming*, 98(1-3, Ser. B):23–47, 2003.
- [10] S. Michel. *Optimisation des tournées de véhicules combinées à la gestion de stock*. PhD thesis, Université Bordeaux 1, France, 2006.
- [11] N. Perrot. *Integer Programming Column Generation Strategies for the Cutting Stock Problem and its Variants*. PhD thesis, Université Bordeaux 1, France, 2005.