

Formulations Quadratique et Linéaire Pour l'Affectation de Navires

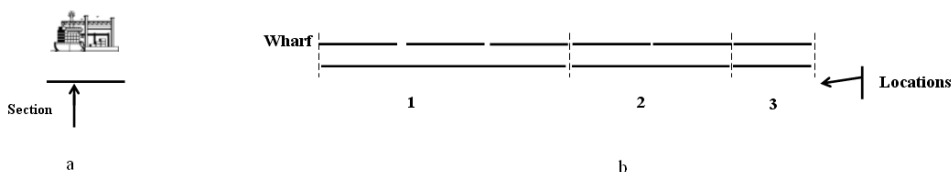
Serigne Gueye¹, Sophie Michel², Adnan Yassine²

¹ LIA ; Université d'Avignon, CERI
339 chemin des meinajariès, 84911 Avignon cedex 9, France
{serigne.gueye}@univ-avignon.fr

² LMAH ; Université du Havre
25 rue Philippe Lebon, 76058 Le Havre cedex, France
sophie.michel, adnan.yassine@univ-lehavre.fr

Mots-clés : *Programmation Quadratique 0-1, Linéarisation, PPC, TSP, Flots, Relaxation Lagrangienne.*

Le problème d'affectation de navires (Berth Assignment Problem) sur les quais d'un terminal est une variante académique d'un problème combinatoire logistique connu dans la littérature sous les noms de "Berth Allocation Problem" (voir [3]) ou de "Service Allocation Problem" (voir [1]). Cette variante, bien qu'académique, provient toutefois d'une application réelle que nous avons traité pour le compte de la société Havraise GTI. Elle a donné lieu à un algorithme heuristique intégré dans un code commercial. On considère ici les quais (wharf) d'un terminal portuaire vus comme une ligne continue subdivisée en sections de même longueur (connue) qui sont autant de zones permettant l'accostage de navires en prévision d'opérations de chargement/déchargement communément appelées "transbordement". La localisation (location) d'un bateau sur cette ligne est définie comme une suite



contigüe de sections. La taille d'une localisation est le nombre de sections la composant. Chaque bateau nécessite une localisation de taille dépendante du nombre de conteneurs qu'il a à charger et/ou décharger. Si n est le nombre de navires, on désigne par $i = 1, 2, \dots, n$ leurs indices, par b_i le nombre de sections (taille de la localisation) nécessaire à i , et par $k = 1, 2, \dots, n$ les indices des localisations. Après affectation des navires, il se déroule sur les quais des opérations de transfert (transbordement) de produits (conteneurs), selon un cahier des charges donné par une matrice de trafic (F) qui induit un coût de transport proportionnel aux distances séparant les navires. Le problème consiste à affecter les navires sur cette ligne de façon à minimiser le total de la distance parcourue dans ces transferts. On peut montrer que le problème est NP-complet car étant une généralisation d'un problème, lui-même NP-complet, connu sous le nom de "optimal linear arrangement problem" (voir Garey & Johnson [2] p.218). Nous proposons deux formulations de résolution exacte. La première est un modèle cubique en 0-1 qui peut être vu comme une variante du problème d'affectation quadratique dans la mesure où la matrice de distance entre les sites est dans notre cas variable (en fonction de l'affectation effectuée). Ce modèle est linéarisé puis renforcé à l'aide d'une série d'inégalités valides dont certaines sont générées par un outil de Programmation Par Contraintes. Des tests numériques sont ensuite ef-

fectués avec Cplex en utilisant des matrices de trafic des instances de la librairie QAPLIB [4]. Les déviations relatives entre les bornes inférieures obtenues et les bornes supérieures (calculées par une heuristique de type 2-opt appliquée à n affectations obtenues de façon gloutonne) sont notées. Les bornes (BI) se dégradent à mesure que les tailles et les densités des problèmes augmentent. L'approche ne permet d'affecter optimalement, dans des temps raisonnables, pour toutes les densités de matrice F , pas plus de 10 navires. Nous avons alors tenté de développer un second modèle, cette fois

Name	n	densité	Borne Inf. (BI)	Optimale	Borne Sup (BS)	% Deviation BI BS	Noeuds	Tps BI	Tps Total
els19.dat	7	100	17261.3	17962.0	17962.0	3.9	11	0.2	1.0
	8	100	37335.3	41016.0	41016.0	9.0	53	0.1	5.4
	9	100	74390.7	85610.0	85610.0	13.1	1072	0.1	102.3
	10	100	116878.7	136622.0	136622.0	14.5	9606	0.3	2573.7
lipa20a.dat	7	88	54.0	55.0	55.0	1.8	0	0.1	0.8
	8	89	90.3	92.0	92.0	1.9	3	0.2	2.6
	9	90	137.7	142.0	142.0	3.0	203	0.5	78.8
	10	91	200.2	206.0	206.0	2.8	1483	1.5	2367.7
rou12.dat	7	100	9738.8	10552.0	10552.0	7.7	40	0.1	1.1
	8	100	20330.8	21994.0	21994.0	7.6	75	0.1	5.2
	9	100	34128.7	38646.0	38646.0	11.7	899	0.2	100.6
	10	100	44437.3	48928.0	48928.0	9.2	327	0.4	142.5

TAB. 1 – Résultats Numériques Partiels Formulation Quadratique. Instances QAPLIB

directement linéaire. L'idée consiste à regarder une permutation de navires comme une tournée d'un voyageur de commerce sur les différentes localisations, vues comme des noeuds auxquels est ajouté un noeud artificiel (0) jouant en quelque sorte le rôle de dépôt (point initial). Chaque arête $e = (i, j)$ du graphe complet des localisations et du noeud artificiel est évaluée par la valeur $c_e = \frac{b_i + b_j}{2}$. Pour une affectation donnée (une tournée), le coût de transfert de conteneurs entre deux navires k et l peut se calculer en déterminant le coût du chemin de k à l pour la tournée en question. Des variables de flots sont alors utilisées. Le tout donne lieu à une formulation linéaire en nombres entiers comportant des variables modélisant les tournées (variables TSP) et des variables de flots pour le calcul des coûts des chemins. En dualisant (par relaxation lagrangienne) les contraintes couplant variables TSP et variables de flots, on ramène naturellement la résolution du sous-problème du dual lagrangien en un problème de voyageur de commerce, et pour chaque couple (k, l) en un problème de calcul de plus court chemin. Des résultats numériques des bornes obtenues à l'issue d'un algorithme de sous-gradient ainsi que ceux d'un schéma de branch-and-bound exploitant ces bornes seront présentés.

Références

- [1] J. F. Cordeau, M. Gaudioso, G. Laporte and L. Moccia. The service allocation problem at the Gioia Tauro maritime terminal. *European Journal of Operational Research* 176(2): 1167-1184, 2007.
- [2] M.R. Garey and D.S. Johnson. *Computers and Intractability : A guide to the theory of NP-completeness*. W.H. Freeman and co. New York, 1979.
- [3] Y Guan and R.K. Cheung. The berth allocation problem : Models and solution methods. *OR Spectrum* 26(1):75-92 (2004).
- [4] R. E. Burkard, S. Karisch, F. Rendl. QAPLIB-A quadratic assignment problem library Original Research Article *European Journal of Operational Research*, 55(1):115-119, 1991.